Aufgabe 1: Bruchrechnung

Vereinfachen Sie jeden der folgenden Ausdrücke so weit wie möglich:

(a) $$\frac{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}-\frac{1}{6}}$$

(b) $$\frac{\frac{1}{2}-(2+\frac{1}{2}):(-1-\frac{1}{4})}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}$$

(c) $$\frac{a^2-b^2}{a+b}+\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{b}}}}$$

(d) $$\frac{\sqrt{36}}{\frac{144}{12}}+\frac{3^2}{3^3}$$

(e) $$\frac{8}{56}\frac{(56+168x)^3}{(7+21x)^4}$$

(f) $$\left[-2^2:\left(1+\frac{1}{4}\right)^2\right]^2:\left(-\frac{4}{5}\right)^4-\left[-5:\left(1+\frac{2}{3}\right)\right]^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

Aufgabe 2: Summen- und Produktzeichen

Berechnen Sie die folgenden Summen und Produkte:

(a) $$\sum_{n=1}^{4} n$$

(b) $$\sum_{n=1}^{4} 2n$$

(c) $$\sum_{n=0}^{5} 2n+1$$

(d) $$\sum_{n=1}^{5} \frac{1}{n}$$

(e) $$\sum_{n=-3}^{2} n^2+n$$

(f) $$\prod_{n=1}^{5} n$$

(g) $$\prod_{n=1}^{4} n+1$$

(h) $$\prod_{n=0}^{4} n^2$$

(i) $$\prod_{n=1}^{4} 1/n$$

(j) $$\prod_{n=0}^{5} \pi^n$$

Aufgabe 3: Potenzen

Vereinfachen Sie die folgenden Potenzen und Logarithmen so weit wie möglich:

(a) $$\frac{x^{-1}x^4y^5}{y^3x^2}$$

(b) $$(x+y)^a z^a$$

(c) $$x^a y^a z^{-a}$$

(d) $$(x^a y^{-a})^{\frac{1}{(n+1)}}$$

(e) $$\left[\frac{1}{\left(\frac{x^3y^{-2}}{y^{-3}x^2}\right)^2}\right]^{-1}-(xy)^2$$

(f) $$\log_a b+\log_a c-\log_b b^c$$

(g) $$\log_b a\cdot\log_a b$$

(h) $$\log_a\left(\left(\frac{b^2}{c^3}\right)^2\right)$$

(i) $$\log_a\sqrt{\frac{a}{b}}$$

(j) $$e^{\ln(\pi^3+9000)}$$

Aufgabe 4: Binomischer Lehrsatz

Gegeben sei folgender Ausdruck:

$$(1+\sqrt{2})^n+(1-\sqrt{2})n$$

(a) Verwenden Sie den binomischen Lehrsatz, um obigen Ausdruck in Summenform zu bringen

(b) Untersuchen Sie, ob daraus für bestimmte Summenglieder eine allgemeine Aussage getroffen werden kann (Stichwort: gerade und ungerade Summanden)