Mathematischer Brückenkurs

Sommersemester 2022 — **Anfangstest**

Vorlesung: Dr. C. Bogner

Übungsleiter: R. Märkl, K. Kleineidam, M. Liesenfeld, L. Frondorf, L. Kessel, M. Ambach

Sie haben für den Anfangstest 45 min. Zeit und brauchen keinen Taschenrechner

Aufgabe 1: Einfache Berechnungen

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke so weit es geht:

(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

(b) $\frac{3 + \frac{1}{2}}{7}$

(c) $\frac{9x^3 \cdot x^4}{3x}$

(d) $e^{\ln(y)}$

(e) $\sqrt{3^2 + 4^2}$

(f) $-(4a^2 + b) + a^2$

(g) $\sin(0) + \cos(0)$

(h) $\tan(\varphi) - \frac{\sin(\varphi + 2\pi)}{\cos(\varphi)}$

(i) $(x+z)^2 - z^2$

(j) $k^2 \cdot k^4 - \left((k)^2\right)^3$

Aufgabe 2: Zahlenmengen

(a) Geben Sie alle natürlichen Zahlen x an, die $x < 6$ und $x \geq 3$ erfüllen. Wie viele gerade Zahlen sind darunter?

(b) Geben Sie eine rationale Zahl an, die keine ganze Zahl ist.

(c) Geben Sie eine reelle Zahl an, die keine rationale Zahl ist.

(d) Geben Sie alle Elemente der folgenden Schnittmenge an:

$$M = \{3, 5, 7, 9\} \cap \{4, 5, 6, 7\}$$

(e) Geben Sie das Minimum und das Maximum der folgenden Menge an:

$$N = \{2, 3, 4\} \cup \left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2}\right\}$$

Aufgabe 3: Lösen quadratischer Gleichungen

Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen nach x auf:

(a) $$x^2 + 4x + 3 = 0$$

(b) $$39x^2 + 3 = 3x^2 + 4$$

Aufgabe 4: Ableitungen

Geben Sie für folgende Funktionen die erste und zweite Ableitung an:

(a) $$f(x) = \frac{1}{4}x^4$$

(b) $$f(x) = \sin(x^2)$$

(c) $$f(x) = x^2 \cos(x)$$

(d) $$f(x) = \ln(\sqrt{x-7})$$

(e) $$f(x) = (x+3)e^{2x+1}$$

Aufgabe 5: Integrale

Integrieren Sie folgende Funktionen (Hinweis: versuchen Sie sich an partielle Integration und Substitution zu erinnern):

(a) $$\int x \cdot \cos x \mathrm{d}x$$

(b) $$\int 3e^{-2x} + \frac{1}{2x}\mathrm{d}x$$

(c) $$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x + 1)\mathrm{d}x$$

(d) $$\int e^{2x}\mathrm{d}x$$

(e) $$\int x \cdot \sqrt{x+1}^3 \mathrm{d}x$$

Aufgabe 6: Einfache Vektoroperationen

Führen Sie die folgenden Vektoroperationen aus:
Hinweis zu Aufgabe (d): $\overrightarrow{PQ}$ beschreibt den Vektor von Punkt P zu Punkt Q

(a) $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot 4$$

(b) $$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(c) $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(d) $$\overrightarrow{PQ}, \text{wobei } P(-3|5|2), Q(8|4|9)$$

(e) $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(f) $$|\vec{a}|, \text{wobei } \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Bonusaufgabe: Matrixoperationen

(a) Wenden Sie die Matrix auf den Vektor an:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 9 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(b) Bilden Sie das Produkt der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$