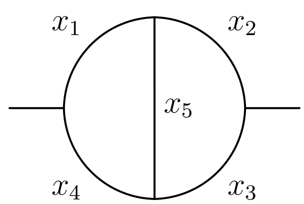
Feynman-Integrale, Sommersemester 2014 — **Blatt 3**

Dr. C. Bogner — Abgabe: 17.06.2014 in der Vorlesung

Aufgabe 5: Matrizen und erstes Symanzik-Polynom

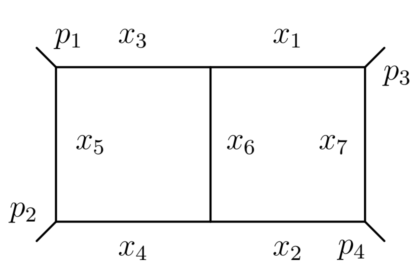
Berechnen Sie für den Feynman-Graphen

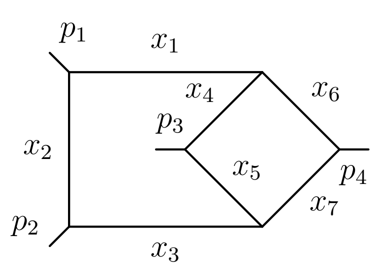


das erste Symanzik-Polynom auf drei verschiedenen Wegen: a) über die erweiterte Loop-Matrix, b) über die erweiterte Laplace-Matrix, c) über die Spannbäume des Graphen.

Aufgabe 6: Beide Symanzik-Polynome

Betrachten Sie die masselosen Feynman-Graphen



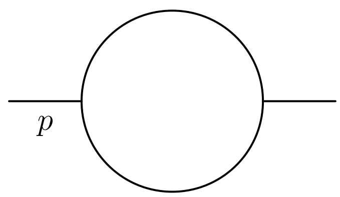


mit einlaufenden Impulsen p_1, p_2, p_3, p_4, die die on-shell-Relationen $p_i^2 = 0$, $i = 1, ..., 4$ erfüllen.

a) Berechnen Sie mit einer Methode Ihrer Wahl das erste und zweite Symanzik-Polynom beider Graphen. Drücken Sie das zweite Symanzik-Polynom je mit Hilfe der Mandelstam-Variablen $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 + p_3)^2$, $u = (p_1 + p_4)^2$ aus.
b) Die beiden Feynman-Graphen sind als planare und nicht-planare Zwei-Schleifen-Doppelbox bekannt. Suchen Sie im Internet die Forschungsarbeiten, in denen ihre Feynman-Integrale (masselos, on-shell) erstmalig analytisch berechnet wurden. Geben Sie einen Literaturverweis auf diese Artikel an. (Tipp: Sie können auch die Korrektheit Ihrer Polynome überprüfen.)

Aufgabe 7: Das skalare Ein-Schleifen-Propagator-Integral

Betrachten Sie für den Ein-Schleifen-Graphen



das skalare, masselose Feynman-Integral

$$I = \int \frac{d^D k}{\pi^{D/2}} \frac{1}{\left((p+k)^2\right)^{\nu_1} \left(k^2\right)^{\nu_2}}$$

für positive, ganzzahlige ν_1, ν_2. Berechnen Sie dieses Integral, indem Sie das Ergebnis mit Hilfe der Eulerschen Gamma-Funktion Γ ausdrücken. Nutzen Sie hierfür die Eulersche Beta-Funktion

$$B(x,\, y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1} dt = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$